



Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация  
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ»  
Пушкинская ул., д. 268, 426008, г. Ижевск. Тел.: (3412) 77-68-24. E-mail: mveu@mveu.ru, www.mveu.ru  
ИНН 1831200089. ОГРН 1201800020641

Филиал Международного Восточно-Европейского колледжа в г.Глазов

30.08.2024 г.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**по выполнению практических работ**

при изучении общеобразовательной учебной дисциплины

**ОУД.05 Математика**

**по специальности**

**40.02.02 ПРАВООХРАНИТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ**

В процессе практического занятия учащиеся выполняют одну или несколько практических работ (заданий) под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

К практическим работам предъявляется ряд требований, основным из которых является полное, исчерпывающее описание всей проделанной работы, позволяющее судить о полученных результатах, степени выполнения заданий и подготовке учащихся.

## **I. Практические работы:**

### **Раздел 1. Повторение курса математики основной школы**

#### **Тема 1.2 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства**

#### **Практическая работа №1 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства**

**Объем часов 2**

**Цель практической работы:** обобщить и углубить знания, необходимые для решения широкого круга практических задач на процентные вычисления.

#### **Задачи:**

##### *1. Образовательные:*

- обобщение теоретических знаний по теме «Проценты»,
- повторение методов решения задач на проценты базового уровня сложности,
- углубление знаний обучающихся в ходе изучения темы «Простые и сложные проценты» и при решении текстовых задач по изученной теме.

##### *2. Развивающие:*

- развитие самостоятельности и логического мышления, речевой культуры,
- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, необходимых человеку в современном обществе.

##### *3. Воспитательные:*

- привитие интереса к математике, умения рассуждать и добиваться результата, оценивать свой потенциал.

#### **Задания**

А) Шариковая ручка стоит 50 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 200 рублей после повышения цены на 10%? (3 шт.)

Б) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Сколько будет стоить флакон, если скидка выходного дня составит 25%? (120 руб.)

В) Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 600 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку? (25%)

Г) Гражданин *N.*, скопив 100 руб., решил открыть вклад в банке. Банк *A.* предложил вклад «Простые проценты», банк *B.* – «Сложные проценты».

Условия вкладов различны, но одинаков процент годовых – 10%. Какой будет сумма вклада спустя 5 лет?

- Рассмотрите решение задачи, представленное в табличной форме:

	Вклад	На начало года	1 год	2 года	3 года	4 года	5 лет
Банк А.	«Простые проценты»	100	110	120	130	140	150
Банк В.	«Сложные проценты»	100	110	121	133	146	161

- Какой вклад наиболее выгоден Гражданину N?
- Чем отличаются вклады? (сумма вклада в банке В. увеличивается быстрее)
- Чем обусловлено такое быстрое увеличение суммы? (процентная ставка исчисляется не от суммы на момент открытия вклада, а от накопленной суммы)
- Как каждый раз рассчитывается доход в случае «простых процентов» и в случае «сложных процентов»?
- При применении простых процентов доход каждый раз рассчитывается от первоначальной суммы вложенных средств и добавляется к сумме, накопленной на конец текущего года, независимо от срока вложения. В финансовых операциях простые проценты используются преимущественно при краткосрочных финансовых сделках. Принцип расчета по простым процентам – арифметическая прогрессия.
- При применении сложных процентов накопленная сумма процентов добавляется во вклад по окончании очередного периода начислений. При этом процент каждый раз исчисляется от суммы накопления на предыдущем этапе. В этом случае используются начисления “процент на процент”. Сложные проценты начисляются на постоянно растущую основу и используются при долгосрочных вкладах. Принцип расчета при сложных процентах – геометрическая прогрессия.
- Будет ли удобен такой способ ежегодных расчетов, что представлен в задаче 1 в виде таблицы, если потребуется узнать сумму вклада по истечении 10, 15, 20 лет? (нет, не удобен)
- Каким образом можно ускорить процесс расчетов? (вывести формулы).

Д) В банке открыт срочный депозит на сумму 50 тыс. руб. под 12% на 3 года. Рассчитать накопленную сумму, если проценты: а) простые; б) сложные. (Ответ: а) 68000 руб., б) 70246 руб.)

Е) Вклад, положенный в банк 2 года назад, достиг 11449 рублей. Каков был первоначальный вклад при 7% годовых? Какова прибыль? (Ответ: 10000 руб., 1449 руб.)

Ж) В течении года предприятие дважды увеличивало выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года предприятие ежемесячно выпускало 600 изделий, а в конце года стало выпускать ежемесячно 726 изделий. (Ответ: на 10%)

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.

**Тема 1.2 Процентные вычисления. Уравнения и неравенства**  
**Практическая работа №2 Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства**

**Объем часов 2**

**Цель практической работы:** обобщить и углубить знания, необходимые для решения линейных, квадратных, дробно-линейных уравнений и неравенств.

**Задания:**

**№ 1.** Решить квадратные уравнения:

1)  $x^2 + 2x - 15 = 0$ ; 2)  $7x^2 + 5x = 0$ ; 3)  $2x^2 - 6x + 17 = 0$ ; 4)  $3x^2 - 12 = 0$ .

**№ 2.** Решить квадратные неравенства:

1)  $x^2 - 6x + 5 > 0$ ; 2)  $x^2 + 3x - 10 \leq 0$ ; 3)  $6x^2 - 17x + 5 < 0$ ; 4)  $x^2 - 5x + 6 > 0$ ;

5)  $x^2 - 5x - 14 > 0$ ; 6)  $x^2 - 8x + 7 > 0$ ; 7)  $x^2 - 5x + 6 > 0$ ; 8)  $6x^2 - 17x + 5 < 0$ .

**№ 3.** Решить неравенства методом интервалов:

1)  $(x+6)(x+4) \leq 0$ ; 2)  $(x-12)(x+5) \geq 0$ ; 3)  $(x+9)(2+x) \leq 0$ ; 4)  $(x-1)(x+2) > 0$ ;

5)  $(x-7)(x-4) \leq 0$ ; 6)  $(x+5)(x-1) \geq 0$ ; 7)  $(x+6)(x+4) \leq 0$ ; 8)  $(x-12)(x+5) \geq 0$ ;

9)  $(x-1)(x+2)(2x+8)(x+1) \leq 0$ ; 10)  $(x-2)^2 x(x+3) > 0$ .

**№ 4.** Решить иррациональные уравнения:

1)  $\sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3}$ ; 2)  $\sqrt{x^2 - x - 3} = \sqrt{x}$ ; 3)  $\sqrt{x+5} - x = -1$ ; 4)  $\sqrt{x^2 - 9} = 21 - x$ ;

4)  $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2x - 1$ ; 5)  $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{3}$ ; 6)  $\sqrt{x+12} = x$ ; 8)  $\sqrt{3x+1} = \sqrt{19}$ ;

9)  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1-x}$ ; 10)  $\sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3$ .

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий):

При решении линейных неравенств выполняются те же преобразования, что и при решении уравнений, но возникают некоторые особенности – сложности, которые надо иметь ввиду. Если неравенство умножается или делится на отрицательное число, то знак неравенства меняется на противоположный. Решать неравенства можно методом интервалов.

Тема 1.3. Процентные вычисления в профессиональных задачах

**Практическая работа № 3. Простые и сложные проценты. Процентные вычисления в профессиональных задачах**

Объем часов 2

**Цель практической работы: обобщить полученные знания по теме «Простые и сложные проценты», углубить знания на практике.**

**Задания:**

1. При какой месячной процентной ставке вклад на сумму 1000р увеличится за год до 1060р?
2. Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4% годовых он увеличился за 9 месяцев до 5356р?
3. Новый компьютер был куплен за 12000р. Каждый год его амортизация составляет 20%. Сколько будет стоить компьютер через 2 года?
4. Сумма в 10000р уменьшается ежегодно на 5% от первоначальной суммы. Через сколько лет эта сумма сократится до 7500р?
5. Какая сумма будет на срочном вкладе через 3 года, если на него положены 2000р под 5% годовых?
6. Первый срочный вклад равен 8000р под 10% годовых, а второй – 7500р под 20% годовых. На каком из вкладов через 3 года сумма будет больше и на сколько?
7. Банк предлагает вклад «студенческий». По этому вкладу сумма, имеющаяся на 1 января ежегодно увеличивается на одно и то же число процентов. Вкладчик положил 1 января 1000р и в течение 2 лет не производил со своим вкладом никаких операций. В результате вложенная им сумма увеличилась до 1210р. На сколько процентов ежегодно увеличивалась сумма денег, положенная на этот вклад?

**Методические указания по ходу выполнения работы**

*(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.*

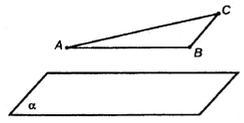
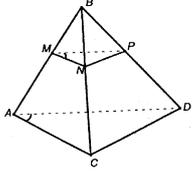
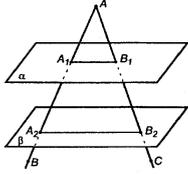
**Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве**

Тема 2.2. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

**Практическая работа № 4. Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей**

Объем часов 4

1. Прямая  $m$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $B$ . Существует ли плоскость, проходящая через прямую  $m$  и параллельная плоскости  $\alpha$ ?
2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны, прямая  $m$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Докажите, что прямая  $m$  параллельна плоскости  $\beta$

<p>3. Две стороны треугольника параллельны плоскости <math>\alpha</math>. Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости <math>\alpha</math>.</p>	
<p>4. Точка В не лежит в плоскости треугольника ADC, точки М, N и Р — середины отрезков ВА, ВС и ВD соответственно. а) Докажите, что плоскости МNP и ADC параллельны. б) Найдите площадь треугольника МNP, если площадь треугольника ADC равна 48 см<sup>2</sup>.</p>	
<p>5. Параллельные плоскости <math>\alpha</math> и <math>\beta</math> пересекают сторону АВ угла ВАС соответственно в точках А<sub>1</sub> и А<sub>2</sub>, а сторону АС этого угла — соответственно в точках В<sub>1</sub> и В<sub>2</sub>. Найдите: а) АА<sub>2</sub> и АВ<sub>2</sub>, если А<sub>1</sub>А<sub>2</sub> = 2А<sub>1</sub>А, А<sub>1</sub>А<sub>2</sub> = 12 см, АВ<sub>1</sub> = 5 см; б) А<sub>2</sub>В<sub>2</sub> и АА<sub>2</sub>, если А<sub>1</sub>В<sub>1</sub> = 18 см, АА<sub>1</sub> = 24 см, АА<sub>2</sub> = 3/2 А<sub>1</sub>А<sub>2</sub>.</p>	

### Тема 2.3. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

#### Практическая работа № 5. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей

Объем часов 4

1. Через точки А и В проведены прямые, перпендикулярные плоскости  $\alpha$ , пересекающие её в точках С и Д соответственно. Найдите расстояние между точками А и В, если отрезок АВ не пересекает плоскость  $\alpha$  и АС = 10 см, ВД = 4 см, СД = 8 см.

2. Точка А отстоит от плоскости на расстояние 4 м. Найти длину наклонной, проведенной из этой точки под углом  $30^\circ$  к плоскости.

3. Дан прямоугольник ABCD. Через точку О пересечения его диагоналей проведена прямая ОК, перпендикулярная его плоскости. Найдите расстояние от т. К до вершин прямоугольника, если ОК = 24 см, АВ = 12 см, АД = 16 см.

### Тема 2.6. Прямые и плоскости в практических задачах

#### Практическая работа № 6. Решение практико-ориентированных задач

Объем часов 4

**Цель практической работы:** обобщить теоретические знания по теме: «Прямые и плоскости в пространстве». способствовать развитию логического мышления обучающихся при решении задач по теме «Прямые и плоскости в пространстве».

**Задания:**

1. ABCD – квадрат,  $BM \perp (ABC)$ . Найдите отрезок DM, если  $AB = \sqrt{12}$  см, а  $BM = 5$  см.

2. KO – перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ , KM и KP – наклонные к плоскости  $\alpha$ , OM и OP – проекции наклонных, причем сумма их длин равна 15 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости  $\alpha$ , если  $KM = 15$  см и  $KP = 10\sqrt{3}$  см.

3. Треугольник ABC – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 8$  см,  $BC = 6$  см. Отрезок CD – перпендикуляр к плоскости ABC. Найдите CD, если расстояние от точки D до стороны AB равно 5 см.

4. Треугольник MKN равносторонний со стороной, равной 18 см. Точка C удалена от вершин треугольника MKN на 12 см. Найдите расстояние от точки C до плоскости MKN.

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.

**Раздел 3. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции**

Тема 3.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа

**Практическая работа № 7. Определение координатной четверти угла, знаков тригонометрических значений.**

Объем часов 2

Заполнить:

$\alpha$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{9\pi}{5}$
перевести в градусы					
определить координатную четверть					
определить знак $\sin \alpha$					
определить знак $\cos \alpha$					
определить знак $tg \alpha$ и $ctg \alpha$					

Найдите:  $\sin x$ ,  $tgx$ ,  $ctgx$  если  $\cos x = 0,6; 0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

### Тема 3.2 Основные тригонометрические тождества

#### Практическая работа № 8. Использование основного тригонометрического тождества для решения задач

Объем часов 4

1. Определите знак выражения:  $\cos 700^\circ \operatorname{tg} 380^\circ$ ,  $\cos 3180^\circ \cdot \operatorname{tg} (-2140^\circ)$ .
2. Найдите  $\cos 2a$ ,  $\operatorname{tg} a$ , если известно, что  $\sin a = 1/5$ ,  $\pi/2 \leq a \leq \pi$ .
3. Упростите выражение  $\cos(60^\circ - \alpha) + \cos(60^\circ + \alpha)$
4. Вычислить  $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$
5. Докажите тождество  $\sin^4 a + 2 \sin^2 a \cos^2 a + \cos^4 a + \sin^2 a + \cos^2 a = 2$ .

### Тема 3.3 Тригонометрические функции, их свойства и графики

#### Практическая работа № 9. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций.

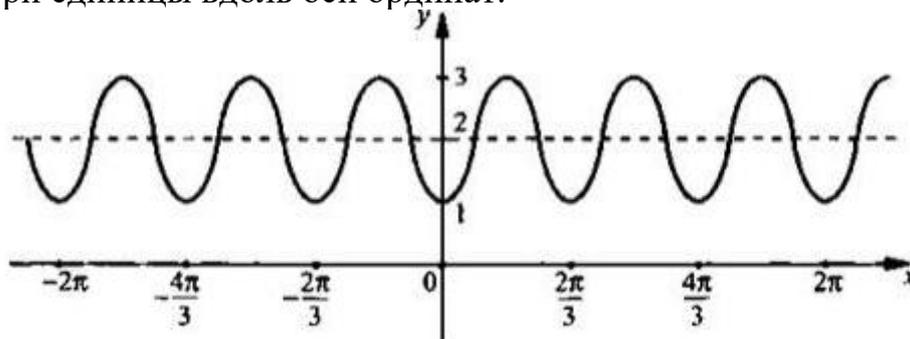
Объем часов 4

**Цель практической работы:** рассмотреть наиболее распространенные преобразования графиков тригонометрических функций.

##### Пример 1

Построим график функции  $y = -\cos 3x + 2$ .

В соответствии с правилом 5 надо график функции  $y = \cos x$  отразить относительно оси абсцисс. По правилу 3 этот график надо сжать в три раза вдоль оси абсцисс. Наконец, такой график по правилу 1 надо поднять вверх на три единицы вдоль оси ординат.



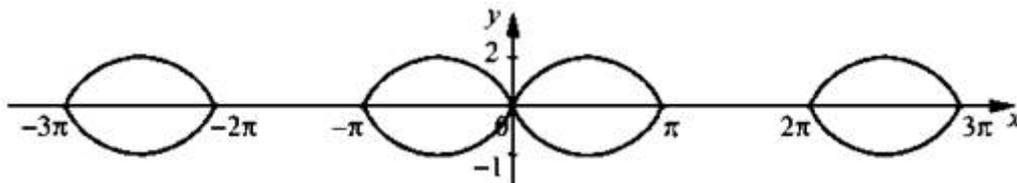
Полезно также напомнить правила преобразования графиков с модулями.

1. Для построения графика функции  $y = |f(x)|$  надо сохранить часть графика функции  $y = f(x)$ , для которой  $y \geq 0$ . Ту часть графика  $y = f(x)$ , для которой  $y < 0$ , надо симметрично отразить вверх относительно оси абсцисс.
2. Для построения графика функции  $y = f(|x|)$  надо сохранить часть графика функции  $y = f(x)$ , для которой  $x \geq 0$ . Кроме того, эту часть надо симметрично отразить влево относительно оси ординат.
3. Для построения графика уравнения  $|y| = f(x)$  надо сохранить часть графика функции  $y = f(x)$ , для которой  $y \geq 0$ . Кроме того, эту часть надо симметрично отразить вниз относительно оси абсцисс.

### Пример 2

Построим график уравнения  $|y| = \sin|x|$ .

Построим график функции  $y = \sin x$  для  $x \geq 0$ . Этот график по правилу 2 отразим влево относительно оси ординат. Сохраним части такого графика, для которых  $y \geq 0$ . По правилу 3 эти части симметрично отразим вниз относительно оси абсцисс.

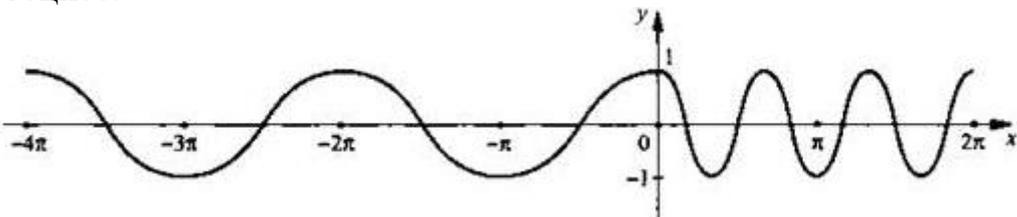


### Пример 3

Построим график сложной функции  $y = \cos(2x + |x|)$ .

Напомним, что аргумент функции косинуса представляет собой функцию переменной  $x$ , и поэтому данная функция является сложной. Раскроем знак

модуля и получим: 
$$y = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x < 0, \\ \cos 3x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$
 Для двух таких промежутков построим график функции  $y(x)$ . Учтем, что при  $x \geq 0$  график функции  $y = \cos 3x$  получается из графика функции  $y = \cos x$  сжатием в 3 раза вдоль оси абсцисс.



### Пример 4

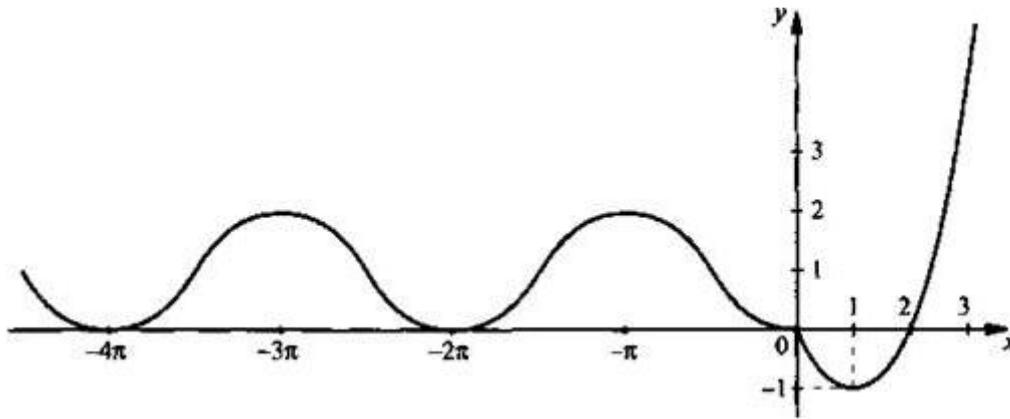
$$y = \begin{cases} 1 - \cos x, & \text{если } x < 0, \\ x^2 - 2x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Построим график функции

Используя формулу квадрата разности, запишем функцию в виде

$$y = \begin{cases} 1 - \cos x, & \text{если } x < 0, \\ (x-1)^2 - 1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

График функции состоит из двух частей. При  $x > 0$  надо построить график функции  $y = 1 - \cos x$ . Он получается из графика функции  $y = \cos x$  отражением относительно оси абсцисс и смещением на 1 единицу вверх вдоль оси ординат.



При  $x \geq 0$  строим график функции  $y = (x - 1)^2 - 1$ . Он получается из графика функции  $y = x^2$  смещением на 1 единицу вправо вдоль оси абсцисс и на 1 единицу вверх вдоль оси ординат.

### Задания:

А) Построить график функции  $y = \sin 2x$ .

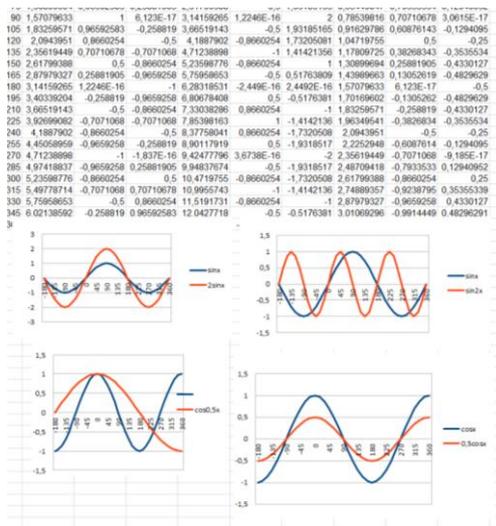
Б) Построить график функции  $y = \cos 3x$

В) средствами электронной таблицы построить графики функций  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \sin 2x$ ;  $y = 2 \sin x$ ;  $y = \cos 0,5x$ ;  $y = 0,5 \cos x$  на промежутке от 1800 до 3600 с шагом 150

Для этого:

- В ячейки В3, В4 ввести значения углов  $\alpha$  и далее автозаполнением получить диапазон аргумента.
- В ячейки С3-К3 (первая строчка) ввести формулы нужных функций и вычислить их значения автозаполнением.
- Выделяя пары столбцов построить графики парами:  $y = \sin x$  и  $y = \sin 2x$ ;  $y = \sin x$  и  $y = 2 \sin x$ ;  $y = \cos x$ ; и  $y = \cos 0,5x$ ;  $y = \cos x$  и  $y = 0,5 \cos x$ .

Проанализировать графики и сделать выводы.



## Методические указания по ходу выполнения работы (комментарии к заданиям, к выполнению заданий):

Все преобразования графиков функций являются универсальными — они пригодны для всех функций, в том числе и тригонометрических. Поэтому рекомендуем повторить эту тему.

### Тема 3.5 Тригонометрические уравнения и неравенства

#### Практическая работа № 10. Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

**Объем часов 4**

Решите уравнения:

а)  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

б)  $\cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в)  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

г)  $\sin 6x = \frac{9}{8}$

д)  $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

е)  $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

ж)  $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

3)  $\cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$

2. Решите неравенства

a)  $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$     б)  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

#### **Раздел 4. Производная и первообразная функции**

Тема 4.1 Понятие производной. Формулы и правила дифференцирования

#### **Практическая работа № 11. Нахождение производных.**

**Объем часов 4**

Найти производную функции:

1)  $x^9$

2)  $x^{-12}$

3)  $x^{\frac{4}{5}}$

4)  $x^{-\frac{2}{3}}$

5)  $\frac{1}{x^{18}}$

6)  $\sqrt[4]{x^3}$

7)  $-5x^4$

8)  $4x^5 + 6x - 7$

9)  $x^5 - 9x^3$

10)  $2x^2 + 3x^4$

11)  $5x^6 - 2x$

12)  $5x - 2x^7$

13)  $7x^3 - 5x^2 + x - 2$

14)  $-2x^6 + 3x^4 - 4x + 6$

15)  $x + x^9 - 8$

Тема 4.3 Геометрический и физический смысл производной

#### **Практическая работа № 12. Физический (механический) смысл производной**

**Объем часов 4**

**Цель практической работы:** формировать навыки понимания физического (механического) смысла производной.

## Задания:

Устный опрос

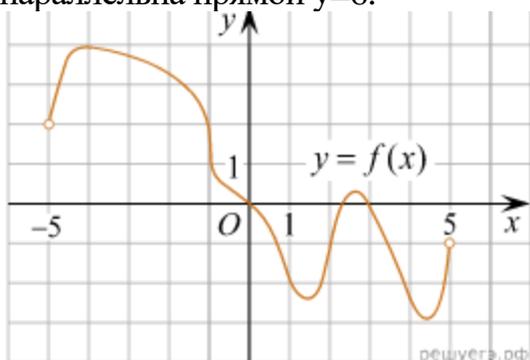
А) Утверждение о том, что угловой коэффициент касательной к графику функции, равен производной этой функции в точке касания выражает

1. физический смысл производной
2. геометрический смысл производной
3. определение производной

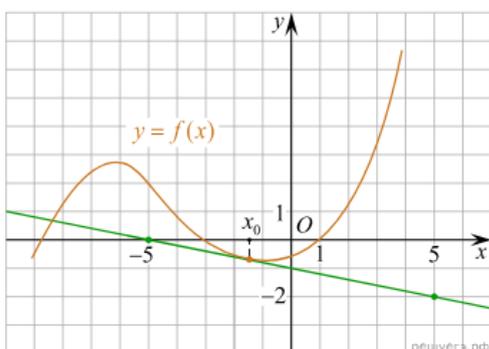
Б) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t)=6t^2-48t+17$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t=9$ с.

В) Найдите уравнение касательной к графику функции  $f(x)=-x^2-4x+2$  в точке с абсциссой  $x_0=1$ .

Г) На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  определенной на интервале  $(-5;5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y=6$ .



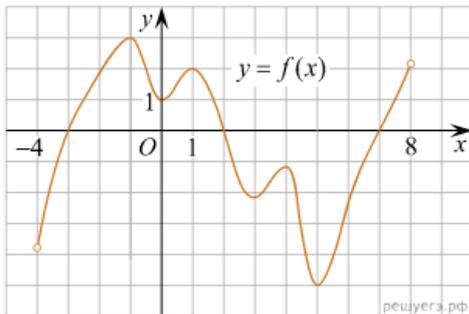
Д) На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$



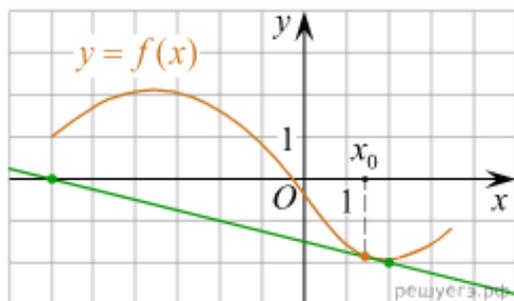
Е) Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.

Ж) Найдите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 + 5x + 5$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

З) На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  определенной на интервале  $(-4; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 18$



И) На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$



Тема 4.7 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

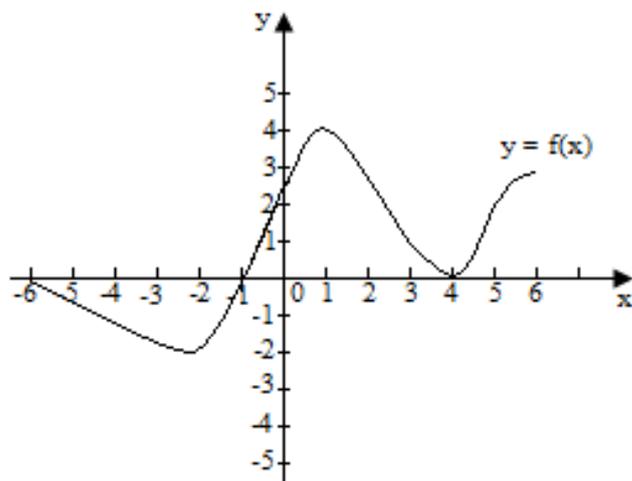
**Практическая работа № 13. Наименьшее и наибольшее значение функции**

**Объем часов 2**

**Цель практической работы:** создание содержательных и организационных условий для самостоятельного применения учащимися комплексных знаний по нахождению наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке с помощью производной,

вырабатывать у учащихся навыки решения задач, воспитание терпения, усидчивости, самостоятельности.

**Задания:**



Для графика функции:

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке:
  - а)  $[-6; 6]$
  - б)  $[-6; 0]$
  - в)  $[0; 6]$

№	Задания.
1.	Найдите наименьшее значение функции $y = 12\cos x + 6x + 6\sqrt{3}$ на отрезке $[0; \pi]$ .
2.	Найдите наибольшее значение функции
3.	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-4; 1]$ .
4.	Найдите наименьшее значение функции $y = 12\cos x + 6x + 6\sqrt{3}$ на отрезке $[0; \pi]$ .
5.	Найдите наибольшее значение функции
6.	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-4; 1]$ .

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.

## Тема 4.8 Первообразная функции. Правила нахождения первообразных

### Практическая работа №14 Нахождение первообразной функции. Правила нахождения первообразных

#### Объем часов 2

Найдите первообразную для функции:

а)  $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$ ;

б)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x^2$  на  $(0; \infty)$ .

Найдите первообразную для функции:

а)  $f(x) = 3 \sin x - 2 \cos x$ ;

б)  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - x$  на  $(0; \infty)$ .

1. Для функции  $f(x) = 2x - 2$  найдите первообразную  $F(x)$ , график которой проходит через точку  $A(2;1)$ . Начертите график функции  $F(x)$ .

2. Для функции  $f(x) = (\sqrt{2x+1})^{-1} - \sin \frac{x}{4}$  найдите общий вид первообразных на промежутке  $(-0,5; \infty)$

## Раздел 5. Многогранники и тела вращения

### Тема 5.3 Цилиндр, конус, шар и их сечения

**Практическая работа № 15 Цилиндр, конус, сфера и шар. Основные свойства прямого кругового цилиндра, прямого кругового конуса. Изображение тел вращения на плоскости. Представление об усечённом конусе. Сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечениях шара. Развёртка цилиндра и конуса**

#### Объем часов 2

**Цель практической работы:** Систематизация и углубление знаний по теме «Цилиндр, конус, шар».

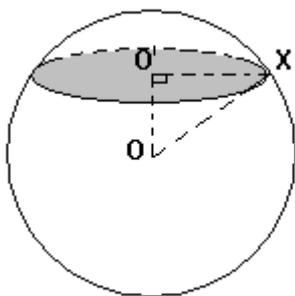
Задачи:

отрабатывать знания основных понятий, определений, теорем и умения применять эти знания при решении задач различных по содержанию и уровню сложности. Развивать логическое мышление, умение сравнивать, обобщать,

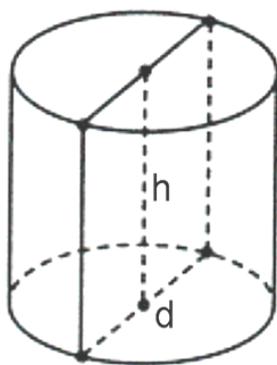
классифицировать. Развивать и совершенствовать умения применять накопленные знания в измененной ситуации, делать выводы и обобщения. Воспитывать ответственность за результат своего труда.

### Задания:

1. Какая фигура получается в сечении цилиндра плоскостью, проходящей:  
а) через ось цилиндра; б) перпендикулярно оси цилиндра?
2. Перпендикуляр, заключённый между вершиной и основанием конуса называется?
3. Найти радиус основания цилиндра, если площадь перпендикулярного сечения  
равно  $81\pi \text{ см}^2$ .
4. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник со стороной 12 см. Найдите высоту конуса.
5. Высота и радиус основания цилиндра равны 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
6. Как изменится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую и радиус основания увеличить в 3 раза?
7. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением  $(x - 5)^2 + (y + 7)^2 + z^2 = 36$ .
8. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке A, если  $A(0; 6; -1)$ ,  
 $R = 4$ .
9. Проверьте, лежит ли точка A на сфере, заданной уравнением  $(x + 2)^2 + y^2 + (z - 8)^2 = 9$ , если  $A(-2; 3; 6)$ .
10. Докажите, что данное уравнение является уравнением сферы:  
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ .
11. Сечение шара плоскостью имеет площадь  $36\pi \text{ (м}^2\text{)}$ . Радиус шара 10м. Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения.



2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $72\pi$ , а диаметр основания —  
9. Найдите высоту цилиндра.



**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий):

Необходимо знать: определения цилиндра, конуса, усечённого конуса, шара и сферы и формулы для нахождения их полной и боковой поверхностей.

Необходимо уметь: правильно применять формулы при решении задач.

Тема 5.5 Примеры симметрий в профессии

**Практическая работа № 16 Примеры симметрий в профессии**

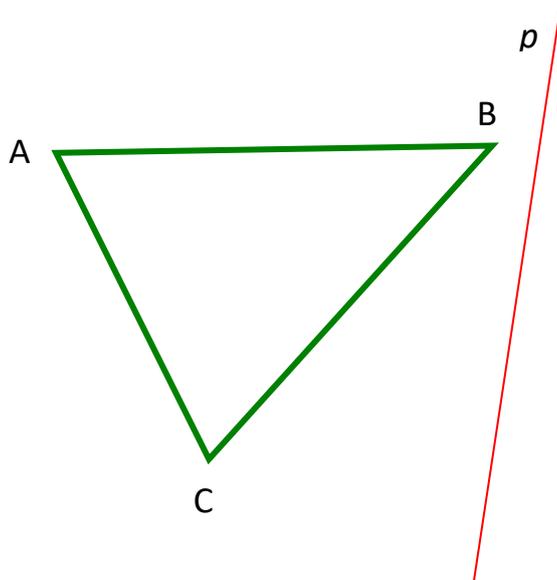
**Объем часов 4**

**Цель практической работы:**

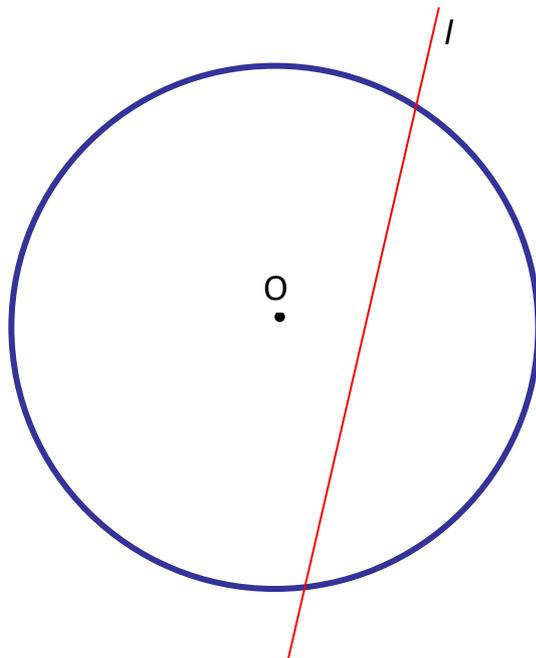
1. уяснить понятия: движение, отображение плоскости на себя, осевая симметрия;
2. научиться выполнять на чертеже отображения геометрических фигур при осевой симметрии.

**Задания:**

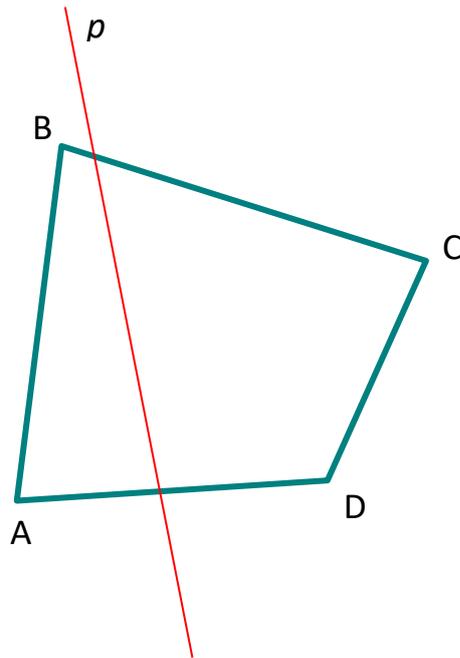
**Задание 1.** Дан треугольник  $ABC$  и прямая  $p$ . Построить фигуру  $F$ , на которую отображается данный треугольник при осевой симметрии с осью  $p$ .



Задание 2. Дана окружность с центром в точке  $O$  и прямая  $l$ . Построить фигуру  $F$ , на которую отображается данная окружность при осевой симметрии с осью  $l$ .



Задание 3. Дан четырехугольник  $ABCD$  и прямая  $p$ . Построить фигуру  $F$ , на которую отображается данный четырехугольник при осевой симметрии с осью  $p$ .



**Тест (теоретические понятия по теме «Симметрия»).**

1. Раздел геометрии, в котором изучаются фигуры в пространстве.
2. Преобразование пространства, сохраняющее расстояние между соответствующими точками.
3. Фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ограниченной ею частью плоскости, называется...
4. Через две пересекающиеся прямые проходит...плоскость.
5. Утверждения, которые необходимо доказать, называются...
6. Как называются два двугранных угла, если они имеют одну и ту же величину?
7. Плоскости, которые... хотя бы одну общую точку, называются пересекающимися.
8. Какие фигуры являются основными в пространстве?
9. С какими видами симметрии вы познакомились на уроках?
10. Какие две точки называются симметричными относительно данной прямой?
11. Какие две точки называются симметричными относительно данной точки?
12. Как называется вид симметрии, при котором две фигуры зеркально симметричны?
13. Приведите примеры фигур, обладающих:
  - а) осевой симметрией;
  - б) центральной симметрией;
  - в) зеркальной симметрией

**Ответы к тестовому заданию.**

1. Стереометрия
2. Изометрия

3. Многоугольник
4. Единственная
5. Равными
6. Имеют
7. Точка, прямая и плоскости
8. Осевая симметрия
9. Центральная симметрия
10. Зеркальная симметрия
11. Прямоугольник, ромб, квадрат.
12. Параллелограмм, круг.
13. Фигура, точка, прямая..

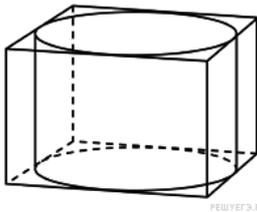
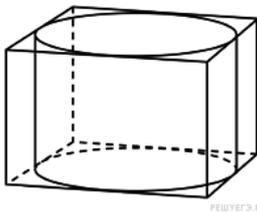
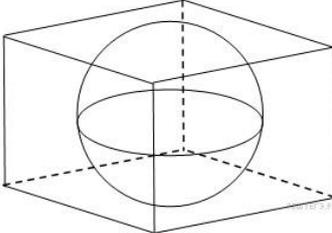
Тема 5.6 Решение задач. Многогранники и тела вращения

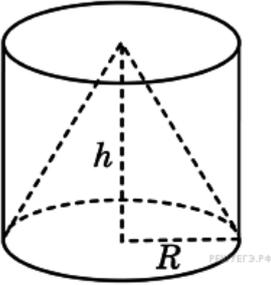
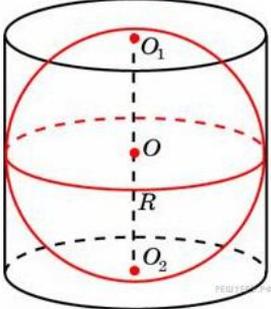
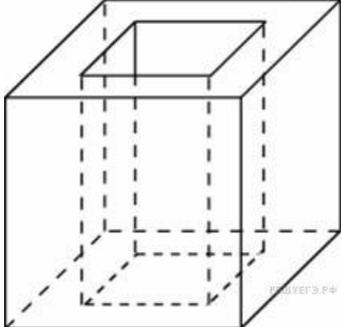
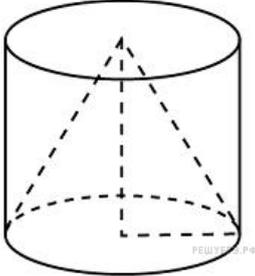
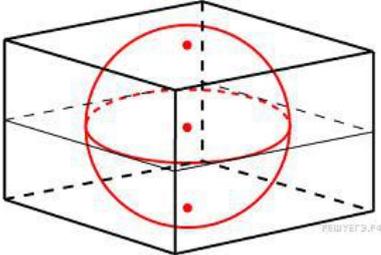
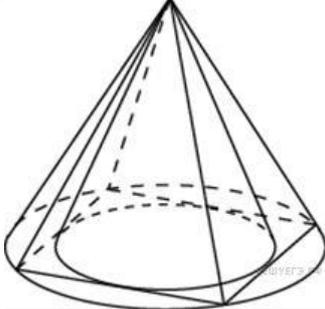
### Практическая работа № 17 Нахождение объемов, площадей многогранников и тел вращения.

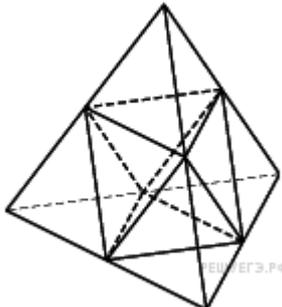
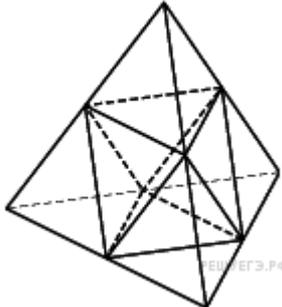
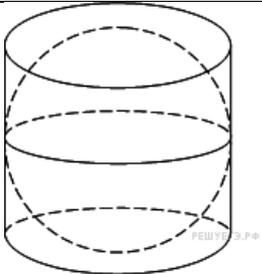
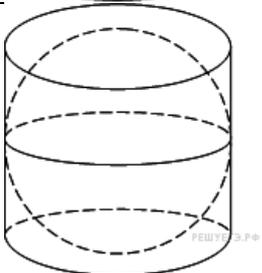
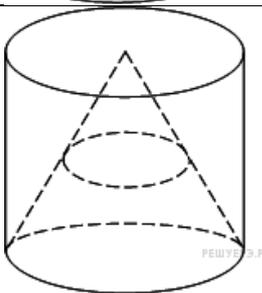
Объем часов 4

**Цель практической работы:** формировать навыки понимания правильного многогранника.

**Задания:**

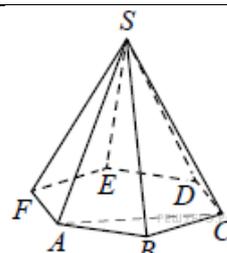
<p>1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда. Ответ: 4</p>	
<p>2. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра. Ответ: 0,25</p>	
<p>3. В куб вписан шар радиуса 1. Найдите объем куба. Ответ: 8</p>	

<p>4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 25.          Ответ: 75</p>	
<p>5. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.          Ответ: 12</p>	
<p>6. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.          Ответ: 7,5</p>	
<p>7. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 150.          Ответ: 50</p>	
<p>8. Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.          Ответ: 3</p>	
<p>9. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?          Ответ: 2</p>	

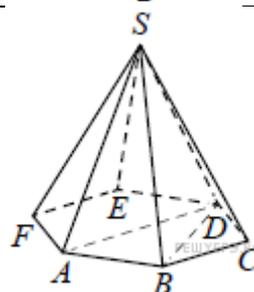
<p><b>10.</b> Объём тетраэдра равен 19. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.          Ответ: 9,5</p>	
<p><b>11.</b> Площадь поверхности тетраэдра равна 12. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.          Ответ: 6</p>	
<p><b>12.</b> Цилиндр описан около шара. Объём цилиндра равен 33. Найдите объём шара.          Ответ: 22</p>	
<p><b>13.</b> Цилиндр описан около шара. Объём шара равен 24. Найдите объём цилиндра.          Ответ: 36</p>	
<p><b>14.</b> Конус вписан в цилиндр. Объём конуса равен 5. Найдите объём цилиндра.          Ответ: 15</p>	
<p><b>15.</b> Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра.          Ответ: 3</p> <p><b>16.</b> Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна <math>7\sqrt{2}</math>. Найдите радиус сферы.          Ответ: 7</p> <p><b>17.</b> Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен <math>28\sqrt{2}</math>. Найдите образующую конуса.          Ответ: 56</p>	

**18.** Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.  
 Ответ: 166,5

**19.** Найдите объём правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , если объём треугольной пирамиды  $SABC$  равен 33.  
 Ответ: 198



**20.** Найдите объём правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , если объём треугольной пирамиды  $SABD$  равен 34.  
 Ответ: 102



## Раздел 6. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции

### Тема 6.3 Решение иррациональных уравнений

#### Практическая работа № 18 Решение иррациональных уравнений

#### Объем часов 4

Решить уравнения.

1. 1)  $\sqrt{2x+3} = 1$ ;      2)  $\sqrt{6-x} = 2$ ;      3)  $\sqrt{3x+1} = -5$ ;

4)  $\sqrt{4x+5} = 3$ ;      5)  $\sqrt{7-2x} = -1$ ;      6)  $\sqrt{3x+8} = 4$ ;

7)  $\sqrt{1-3x} = 0$ ;      8)  $\sqrt{4x-3} = 5$ ;      9)  $\sqrt{7-3x} = 2$ ;

2. 1)  $\sqrt{x^2 + 3x + 6} = 2$ ;      2)  $\sqrt{4x - x^2 + 5} = 3$ ;

3)  $\sqrt{7x - x^2} = \sqrt{6}$ ;      4)  $\sqrt{3x^2 - x + 5} = \sqrt{15}$ ;

5)  $\sqrt{7 - 2x^2 - 5x} = 2$ ;      6)  $\sqrt{4x^2 - 5x} = \sqrt{6}$ ;

3. 1)  $\sqrt[3]{2x-5} = 3$ ;      2)  $\sqrt[3]{3x+4} = -2$ ;      3)  $\sqrt[3]{3-x} = 1$ ;

4)  $\sqrt[4]{3-2x} = 3$ ;      5)  $\sqrt[3]{5x+4} = -1$ ;      6)  $\sqrt[4]{2x+6} = 2$ ;

Тема 6.4 Показательная функция, ее свойства. Показательные уравнения и неравенства

**Практическая работа № 19** Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств.

**Объем часов 4**

**Цель практической работы:** формировать навыки решения показательных уравнений.

**Задания:**

1. Решите уравнение:  $(\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} = 243$

2. Решите систему уравнений:

б) 
$$\begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2 \end{cases}$$

3. Решите неравенство:  $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}$ .

4. Сколько целочисленных решений имеет неравенство:  $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{1}{49}$

Тема 6.6 Логарифмическая функция, ее свойства. Логарифмические уравнения, неравенства

**Практическая работа № 20.** Решение логарифмических уравнений и неравенств.

**Объем часов 4**

Решите уравнение:

1)  $\log_3(2x-11) = 2$ ;

2)  $\log_5(3x-7) = 2 + \log_5 2$ ;

3)  $2 \log_9^2 x + 3 \log_9 x - 2 = 0$ ;

4)  $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$ ;

$$5) 2 \log_5 x + \log_{25} x - \log_{125} x = -4 \frac{1}{3}.$$

Решите неравенство:

$$1) \log_4 (2x - 7) > 0;$$

$$2) \log_{\frac{1}{6}} (3x + 12) \geq -1;$$

$$3) \log_7 (6 - 4x) \leq 2;$$

$$4) \log_{\frac{1}{3}} (x + 5) > -3$$

Тема 6.7 Логарифмы в природе и технике

**Практическая работа № 21. Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства**

**Объем часов 2**

**Цель практической работы:** показать свои знания, умения и навыки по применению определения логарифма и его свойств, закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

**Задания:**

**1. Найдите  $x$ :**

$$1) \log_4 x = -2; \quad 2) \log_{64} x = \frac{1}{2}; \quad 3) \log_4 x = 3;$$

$$4) \log_{16} 2 = x; \quad 5) \log_3 \frac{1}{81} = x; \quad 6) \log_4 64 = x;$$

$$7) \log_x 49 = 2; \quad 8) \log_x \frac{1}{64} = -3; \quad 9) \log_x 3 = \frac{1}{3}.$$

$$10) \log_2 x = -4; \quad 11) \log_{81} x = \frac{1}{2}; \quad 12) \log_5 x = 3;$$

$$13) \log_{27} 3 = x; \quad 14) \log_2 \frac{1}{64} = x; \quad 15) \log_6 216 = x;$$

$$16) \log_x 64 = 2; \quad 17) \log_x \frac{1}{125} = -3; \quad 18) \log_x 2 = \frac{1}{3}.$$

**2. Вычислите:**

- 1)  $\log_6 9 + 2 \log_6 2 - \lg 1$ ;
- 2)  $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$ ;
- 3)  $4^{\log_4 8 - 1}$
- 4)  $\lg 4 + 2 \lg 5 - \lg 1$ ;
- 5)  $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$ ;
- 6)  $3^{1 + \log_3 4}$
- 7)  $\log_{15} \sqrt[3]{225}$ ;
- 8)  $2 \log_{0,2} 10 - \log_{0,2} 28 + \frac{3}{2} \log_{0,2} \sqrt[3]{49}$ .
- 9)  $\log_3 9^{10}$ ;
- 10)  $\log_2 0,8 - \log_2 1\frac{1}{8} + \log_2 22,5$ .

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.

## **Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

Тема 7.1 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.

**Практическая работа № 22. Сложение и умножение вероятностей.**  
**Объем часов 6**

1. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 7 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3. Ответ 0,33
2. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» проиграет жребий ровно один раз.  
Ответ 0,375
3. Чтобы поступить в институт на специальность «Международные

отношения», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 63 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 63 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 63 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,6 и по обществознанию — 0,9. Найдите вероятность того, что А. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей. Ответ 0,168

4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70 % этих стекол, вторая – 30 %. Первая фабрика выпускает 1 % бракованных стекол, а вторая – 3 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным. Ответ 0,016
5. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,7, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,1. На столе лежит 10 револьверов, из них только 5 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся. Ответ 0,6
6. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована. Ответ 0,0588
7. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 85% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 10% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства. Ответ 0,6
8. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 14 июня погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 17 июня в Волшебной стране будет отличная погода. Ответ 0,244

Тема 7.2 Вероятность в профессиональных задачах

**Практическая работа № 23. Относительная частота события, свойство ее устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события**

**Объем часов 2**

**Цель практической работы:** Приобретение базовых знаний в области теории вероятности. Повторение и систематизация знаний по данной теме.

**Задания:**

1. В коробке 10 конфет, из которых 2 конфеты с белой начинкой, 3 с красной начинкой и 5 с черной начинкой. Наудачу извлечены 3 конфеты. Какова вероятность того, что все 3 конфеты с разной начинкой?
2. На 6 одинаковых карточках написаны буквы О, В, А, М, К, С. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово МОСКВА?
3. В классе 17 девочек и 14 мальчиков. Определить вероятность того, что оба вызванных ученика окажутся девочками?
4. В группе 20 студентов, среди них 14 юношей. Найти вероятность того, что среди наудачу выбранных 6-ти студентов будут 3 девушки и 3 юноши.
5. « Вороне где-то Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика и шоколада. « На ель Ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было, собралась, да призадумалась »:
  - а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов придется выбирать;
  - б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков;
  - в) если съесть сразу три кусочка, а остальные спрятать, то из скольких вариантов придется выбирать;
  - г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек все-таки бросить Лисе, а потом ответить на вопрос пункта а)?
6. В партии из 100 деталей имеется 5 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется бракованной.

**Методические указания по ходу выполнения работы**  
(комментарии к заданиям, к выполнению заданий): нет.

## II. Общие рекомендации

По всем вопросам, связанным с изучением дисциплины (включая самостоятельную работу), консультироваться с преподавателем.

## III. Контроль и оценка результатов

Оценка за выполнение практической работы выставляется по пятибалльной системе и учитывается как показатель текущей успеваемости студента.

Качественная индивидуальных достижений		оценка образовательных	Критерии оценки результата
балл (оценка)	вербальный аналог		
5	отлично	Представленные работы высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, выполнены все предусмотренные практической работой задания.	
4	хорошо	Уровень выполнения работы отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные практической работой задания выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.	
3	удовлетворительно	Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных практической работой заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.	
2	не удовлетворительно	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных практической работой заданий не выполнено.	